

Inhaltsverzeichnis

A Teilbarkeit und Rechnen mit Brüchen

Seite

1	Teiler und Teilbarkeitsregeln	4
2	Primzahlen und Primfaktorzerlegung	5
3	ggT und kgV	6
4	Bruchzahlen und gemischte Zahlen	7
5	Erweitern und Kürzen	8
6	Addition und Subtraktion von Bruchzahlen	9
7	Multiplikation und Division von Bruchzahlen	10

B Rechnen mit Dezimalzahlen

1	Dezimalzahlen	11
2	Umrechnen von Dezimalzahlen und Brüchen	12
3	Abbrechende und Periodische Dezimalzahlen	13
4	Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen	14
5	Multiplikation von Dezimalzahlen	15
6	Division von Dezimalzahlen	16
7	Runden von Dezimalzahlen	17

C Anwendung von Brüchen und Dezimalzahlen

1	Prozentrechnung	18
2	Relative Häufigkeit	19
3	Tabellen	20
4	Diagramme: Kreisdiagramm	21
5	Diagramme: Streifendiagramm	22
6	Maßstäbe und Verhältnisse	23
7	Mittelwerte	24
8	Einfache Dreisatzrechnung	25

D Winkel und Abbildungen

1	Winkel messen und zeichnen	26
2	Kreise	27
3	Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende	28
4	Achsen Spiegelung	29
5	Drehung und Punkt Spiegelung	30
6	Verschiebung	31

E Ganze Zahlen

1	Negative Zahlen am Zahlenstrahl	32
2	Addieren und Subtrahieren negativer Zahlen	33
3	Multiplikation von negativen Zahlen	34
4	Division von negativen Zahlen	35
5	Einfache Gleichungen	36

A

Teilbarkeit und Rechnen mit Brüchen

2 Jonas

Kann man die alle restlos in 3er Zimmern unterbringen?



1

Teiler und Teilbarkeitsregeln

Häufig muss man überprüfen, ob und durch welche Zahlen eine große Zahl geteilt werden kann. Auch beim Kürzen und Erweitern von Brüchen ist es entscheidend, Teilbarkeiten zu erkennen. Mit ein paar Regeln kannst du dies schnell überprüfen: Eine Zahl ist teilbar

- durch 2, wenn ihre letzte Ziffer eine 0, 2, 4, 6 oder 8 ist.
- durch 3, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.
- durch 4, wenn ihre letzten zwei Ziffern eine durch 4 teilbare Zahl darstellen.
- durch 5, wenn sie auf 0 oder 5 endet.
- durch 6, wenn sie durch 2 und durch 3 teilbar ist.
- durch 8, wenn ihre letzten drei Ziffern eine durch 8 teilbare Zahl darstellen.
- durch 9, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
- durch 10, wenn ihre letzte Ziffer eine 0 ist.

1 Steffen

Ich habe gehört, dass in unserem Hotel 132 Gäste sind.

Bei dieser Fragestellung helfen die Teilbarkeitsregeln. Es soll überprüft werden, ob die Zahl 3 ein Teiler von 132 ist.

Man bildet zunächst die Quersumme von 132. Die Quersumme ist eine Addition aller einzelnen Ziffern.

$$1 + 3 + 2 = 6$$

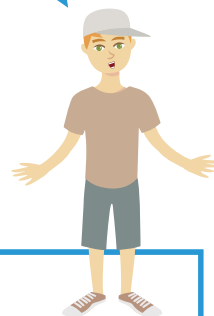
Da die Zahl 6 durch 3 geteilt werden kann, ist auch 132 durch 3 teilbar.

Übrigens könnte man auch Zweibettzimmer (letzte Ziffer ist eine 2) oder Vierbettzimmer ($32:4=8$) restlos belegen.



zum Video

Ja, die Zahl 3 ist ein Teiler von 132. Man bekommt alle Gäste in genau 44 Zimmern untergebracht.



Jetzt Du!



1. Markiere die Zahlen, die ohne Rest teilbar sind.

- a) durch 2: 1247, 33654, 149, 512, 6418
- b) durch 3: 538, 1236, 8142, 972, 44780
- c) durch 4: 4711, 424, 672, 21452, 116
- d) durch 5: 1475, 5104, 365, 63710, 191
- e) durch 6: 4852, 3444, 83568, 294, 1038
- f) durch 8: 340, 7816, 46576, 2104, 612
- g) durch 9: 8123, 729, 6660, 345, 97263
- h) durch 10: 7310, 3345, 1129, 560, 77365

2. Notiere zu den folgenden Zahlen sämtliche Teiler:

- a) 55, b) 120, c) 78, d) 162, e) 60



A

Teilbarkeit und Rechnen mit Brüchen

2 Primzahlen und Primfaktorzerlegung

Primzahlen sind jene Zahlen, die nur durch die Zahl 1 und sich selbst geteilt werden können. Die ersten Primzahlen lauten 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23... und sind die kleinsten nicht teilbaren Bausteine. Alle anderen Zahlen lassen sich in eine Multiplikation aus Primzahlen zerlegen. Daher der Name „Primfaktorzerlegung“.

1 Sophie

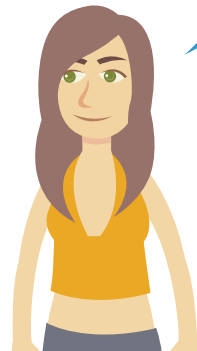
Also 84 ist keine Primzahl, denn sie ist mindestens durch zwei teilbar.

2 Hannah

Stimmt. Aber wie zerlegt man die Zahl jetzt in ihre Primfaktoren?

3 Sophie

Indem man nach und nach durch die einzelnen Faktoren dividiert.



zum Video



Zunächst überprüfst du mit den Teilbarkeitsregeln, welche kleine Primzahl ein Teiler der zu zerlegenden Zahl ist. Sophie hat erkannt, dass 84 eine gerade Zahl ist und somit durch die Primzahl 2 teilbar ist. Du beginnst also die Zahl 84 durch 2 zu teilen.

$$84 : 2 = 42$$

Du fährst mit demselben Ansatz fort. 42 ist ebenfalls durch 2 teilbar.

$$42 : 2 = 21$$

Die ersten beiden Primfaktoren sind 2. Nun musst du noch 21 zerlegen. Man sieht schnell, dass 21 durch die Primzahl 3 teilbar ist.

$$21 : 3 = 7$$

Der Rest ist 7 und ebenfalls eine Primzahl.

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$

84 lässt sich also in 2 mal 2 mal 3 mal 7 zerlegen!



Jetzt Du!

1. Finde alle Primzahlen von 0 bis 100. Die Teilbarkeitsregeln können dir dabei helfen.

2. Schreibe folgende Zahlen als Primfaktorzerlegung.

a) 24, b) 39, c) 60, d) 180, e) 102



A

Teilbarkeit und Rechnen mit Brüchen

3 ggT und kgV

Für Bruchrechnung und Primfaktorzerlegung ist es hilfreich, den größten gemeinsamen Teiler und das kleinste gemeinsame Vielfache zweier Zahlen zu kennen. Wie der Name schon sagt, handelt es sich bei dem größten gemeinsamen Teiler (kurz: ggT) um die größte Zahl, die zwei andere Zahlen teilt. Das kleinste gemeinsame Vielfache (kurz: kgV) ist das kleinste Vielfache zweier Zahlen, das beide gemeinsam haben.

1 Steffen

Woher weiß ich eigentlich, mit welchen Zahlen ich einen Bruch erweitern oder kürzen muss?



2 Hannah

Dafür musst du das Einmaleins der beteiligten Zahlen gut kennen.



zum Video



Stimmt. Beim Kürzen sucht man im Prinzip den ggT der Zahlen im Zähler und Nenner. Das kgV ist für das Erweitern von Brüchen nützlich (vgl. Kapitel Bruchrechnung).

Nehmen wir die Zahlen 12 und 15. Zunächst suchen wir das kleinste gemeinsame Vielfache. Hierfür ist es ratsam, das Einmaleins der beiden Zahlen zu notieren.

$$\begin{array}{cccccc}
 12 \cdot 1 = 12 & 12 \cdot 2 = 24 & 12 \cdot 3 = 36 & 12 \cdot 4 = 48 & 12 \cdot 5 = 60 & 12 \cdot 6 = 72 \\
 15 \cdot 1 = 15 & 15 \cdot 2 = 30 & 15 \cdot 3 = 45 & 15 \cdot 4 = 60 & 15 \cdot 5 = 75 & 15 \cdot 6 = 90
 \end{array}$$

Wenn du die beiden Reihen vergleichst, siehst du, dass bei beiden Zahlen die 60 auftaucht. Da es vorher kein gemeinsames Vielfaches gibt, ist 60 das **kleinste gemeinsame Vielfache** der Zahlen 12 und 15.

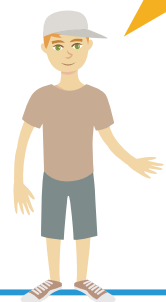
Für den ggT von 12 und 15 betrachten wir nun die Teiler der beiden Zahlen.

Die Zahl 12 lässt sich teilen durch: 1, 2, 3, 4, 6, 12

Die Zahl 15 lässt sich teilen durch: 1, 3, 5, 15

Man erkennt, dass 3 der **größte gemeinsame Teiler** von 12 und 15 ist.

Am besten, ich wiederhole hin und wieder das kleine Einmaleins, um fit zu bleiben.



1. Bestimme die Teilmengen der Zahlen und gib den größten gemeinsamen Teiler an.

- a) 60 und 80
- b) 98 und 28
- c) 90 und 54
- d) 42 und 70
- e) 18, 72 und 192



2. Bestimme das kleinste gemeinsame Vielfache sowie ein weiteres gemeinsames Vielfaches von

- a) 9 und 6
- b) 12 und 18
- c) 30 und 40
- d) 42 und 70
- e) 12, 3 und 20

Jetzt Du!



D

Winkel und Abbildungen

1 Winkel messen und zeichnen

Ein Winkel wird von zwei Schenkeln und einem Scheitelpunkt gebildet, in dem sich die Schenkel treffen. Der Winkel kann mit einem Geodreieck gemessen werden. Ein Winkel lässt sich zusätzlich entsprechend seiner Größe einer Winkelart zuordnen. Diese lauten:

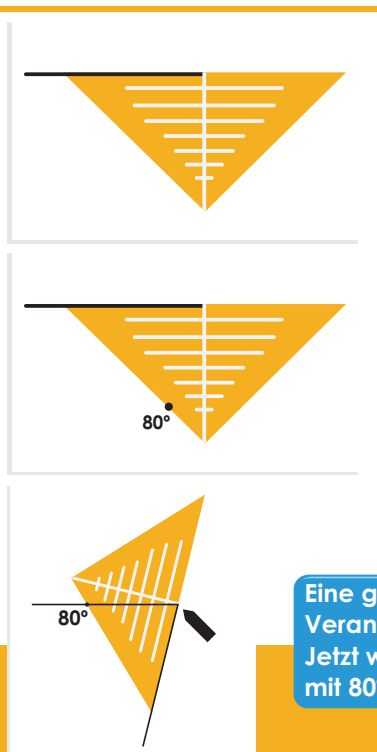
Mein Surflehrer hat gesagt, ich soll möglichst tief in die Knie gehen auf dem Surfbrett. Am besten sei ein 80° Winkel zwischen Oberschenkel und Unterschenkel. Aber so richtig vorstellen kann ich mir darunter nichts.



- Nullwinkel ($\alpha = 0^\circ$)
- Spitzer Winkel ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)
- Rechter Winkel ($\alpha = 90^\circ$)
- Stumpfer Winkel ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$)
- Gestreckter Winkel ($\alpha = 180^\circ$)
- Überstumpfer Winkel ($180^\circ < \alpha < 360^\circ$)
- Vollwinkel ($\alpha = 360^\circ$)

Am besten ist es, man zeichnet sich einen solchen Winkel auf Papier, um zu verstehen, was ein 80° Winkel ist. Dafür ziehst du zunächst eine beliebige Gerade. Dies ist der erste Schenkel. Die Länge des Schenkels ist für den Winkel egal. Im nächsten Schritt legst du das Geodreieck mit der Null an einem Ende der Gerade an und setzt nun eine Markierung bei 80° . Dann drehst du das Geodreieck, sodass die Null weiterhin am Scheitelpunkt des Winkels anliegt und verbindest die Markierung mit dem Scheitelpunkt. Dabei kannst du direkt überprüfen, ob du den richtigen Winkel gezeichnet hast, indem du abliest, bei welcher Gradzahl der andere Schenkel verläuft. Auf diese Art und Weise kannst du dann auch gegebene Winkel messen.

TIPP: Bei überstumpfen Winkeln musst du die Winkelgröße von 360° subtrahieren und den errechneten Wert zeichnen.



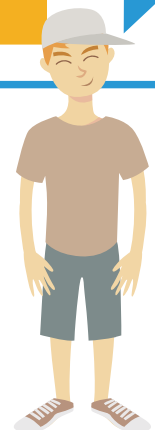
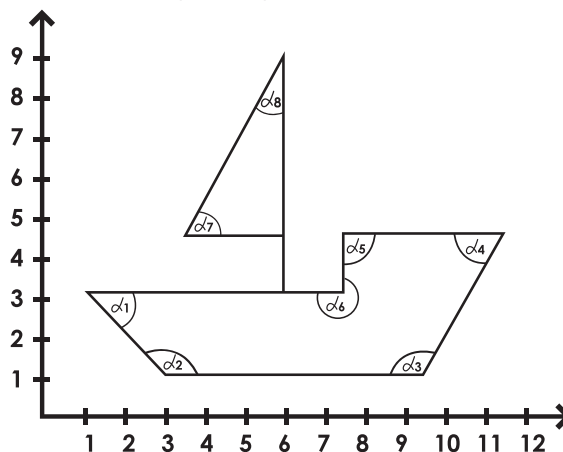
zum Video



Eine gute Veranschaulichung! Jetzt weiß ich, was mit 80° gemeint ist.



1. Miss die Winkel in der Zeichnung und gib die Art des Winkels an.



Jetzt Du!



2. Zeichne und beschrifte die folgenden Winkel, benenne auch die Art des Winkels.

- a) 50° b) 140° c) 78° d) 215° e) 10° f) 270°

D

Winkel und Abbildungen

2

Kreise

Die Besonderheit eines Kreises K liegt darin, dass jeder Punkt auf der Kreislinie den gleichen Abstand zum Kreismittelpunkt M hat. Dieser Abstand wird als Radius r bezeichnet. Eine beliebige Strecke zweier Punkte auf der Kreislinie heißt Sehne. Verläuft die Sehne durch den Mittelpunkt M , handelt es sich um den Durchmesser d des Kreises. Er ist genau doppelt so groß wie der Radius. Jeder Punkt innerhalb des Kreises ist vom Mittelpunkt maximal so weit entfernt wie der Radius.

Beim Wellenreiten heißt es, dass man zu den anderen Surfern mindestens 3 Meter Sicherheitsabstand halten soll, damit man sich mit den Brettern nicht in die Quere kommt.



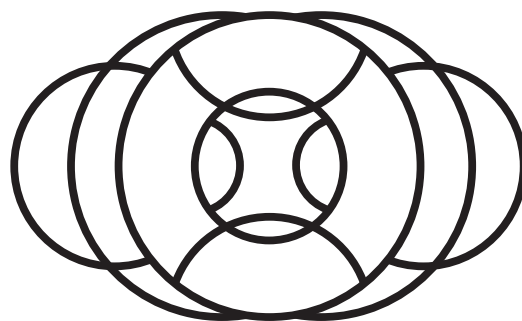
Wenn Jonas mit seinem Surfbrett im Wasser liegt, soll vor ihm, hinter ihm, links und rechts mindestens 3 Meter zum nächsten Surfer sein. Man sagt auch, im Umkreis von 3 Metern soll sich niemand aufhalten. An dem Ausdruck „Umkreis“ erkennst du, dass ein gedachter Kreis um Jonas herum gezogen wird, in dem sich niemand aufhalten soll. Dieser gedachte Kreis hat somit einen Radius von 3 Metern. Der Durchmesser ist genau doppelt so groß, also 6 Meter.



zum Video

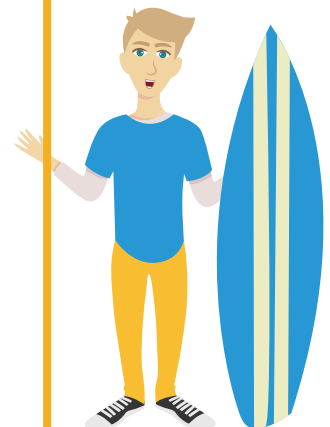
Das ist eine gute Merkhilfe, wenn ich das nächste Mal eine solche Sicherheitsangabe lese.

1. Übertrage die Zeichnung in dein Heft und markiere die Mittelpunkte der Kreise. Notiere auch die Radien.



2. Zeichne zwei Kreise, deren Mittelpunkte 5 cm auseinanderliegen. Kreis K_1 hat einen Radius $r_1 = 3$ cm. Der Radius r_2 des Kreises K_2 beträgt 4 cm. Markiere

- a) alle Punkte, die innerhalb von K_1 aber außerhalb von K_2 liegen,
- b) alle Punkte, die sowohl in K_1 als auch in K_2 liegen,
- c) alle Punkte, die genau 2 cm vom Mittelpunkt von K_2 entfernt sind.
- d) Wie groß ist der weiteste Abstand zweier Punkte in der Zeichnung?



Jetzt Du!

D

Winkel und Abbildungen

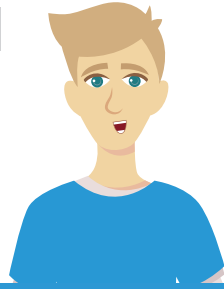
3

Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende

Mittelsenkrechten stehen im rechten Winkel auf einer Strecke und teilen diese in zwei gleich große Teilstücke. Winkelhalbierende teilen einen Winkel in zwei gleich große Teilwinkel.

1 Jonas

Ich wette, ich kann nur mit Zirkel und Lineal eine Strecke oder einen Winkel in zwei gleich große Teile zerlegen!



2 Hannah

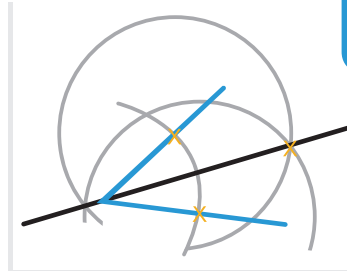
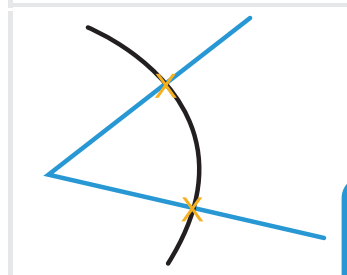
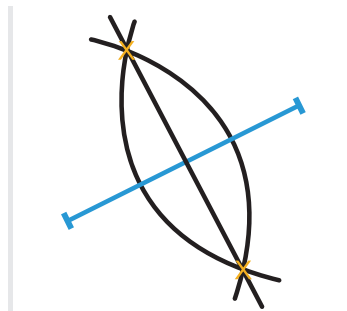
Echt? Das soll funktionieren? Zeig her!



Um eine Strecke in zwei gleich große Teilstrecken zu zerlegen, ziehst du um beide Enden einen Kreis, dessen Radius länger ist, als die Hälfte der Strecke. Die Radien der Kreise müssen dabei gleich sein. Es entstehen zwei Schnittpunkte der beiden Kreise miteinander. Nun zeichnest du eine Gerade, die genau durch diese Schnittpunkte verläuft. Fertig!

Die sogenannte Winkelhalbierende konstruierst du, indem du zunächst einen Kreis mit beliebigem Radius um den Scheitelpunkt des Winkels schlägst. Daraufhin entstehen Schnittpunkte des Kreises mit den beiden Schenkeln. Diese Schnittpunkte sind nun Mittelpunkt zweier weiterer Kreise. Mit dem Zirkel zeichnest du erneut zwei Kreise mit gleichem Radius um diese Schnittpunkte. Es entsteht ein weiterer Schnittpunkt der beiden neuen Kreise zwischen den Schenkeln des Winkels. Wenn du nun eine Gerade durch diesen Schnittpunkt und den Scheitelpunkt des Winkels zeichnest, erhältst du eine Winkelhalbierende.

TIPP: Um die Übersicht in den Zeichnungen zu bewahren, musst du die Kreise nicht vollständig zeichnen, sondern nur die Abschnitte, in denen sich mögliche Schnittpunkte befinden.



zum Video



Die vielen Kreise sind ein bisschen verwirrend, aber es sind wirklich clevere Methoden, um eine Mittelsenkrechte zu zeichnen oder einen Winkel zu halbieren.



Jetzt Du!



1. Zeichne eine 5 cm lange Strecke und konstruiere an ihrem Ende einen 64° -Winkel. Der zweite Schenkel dieses Winkels soll 4 cm lang sein. Konstruiere nun die beiden Mittelsenkrechten der Schenkel sowie die Winkelhalbierende.

2. Zeichne eine 7 cm lange Strecke und teile sie mit Hilfe deines Zirkels in vier gleich große Teilstücke.

3. Zeichne die folgenden Winkel und konstruiere die jeweiligen Winkelhalbierenden:

- a) 79° b) 122° c) 46° d) 153°

